Tabac et risques d'infarctus

Niveau

Énoncé n° 1 : Troisième, seconde ou 1ère ST2S (information chiffrée).
Énoncé n° 2 : Terminales STG, ST2S, ES ou S.

Situation étudiée

Une campagne de la Fédération française de cardiologie donne l'information suivante : « *80% des victimes d'infarctus avant 45 ans sont fumeurs* ».
En quoi cette « donnée » indique-telle que fumer augmente le « risque » d'infarctus ? Comment peut-on calculer cette augmentation du risque ?

Type d'activité

Exercice.

Durée

55 minutes.

Objectifs

Contenus mathématiques au programme

Énoncé n° 1 : Proportions, calcul littéral.
Énoncé n° 2 : Probabilités conditionnelles.

Enjeux citoyens

Notion de « risque » sanitaire.
Montrer que des connaissances mathématiques (proportions ou probabilités conditionnelles) permettent de mieux comprendre des statistiques médicales.

Capacités et attitudes

Interprétation des calculs et des résultats.
Réflexion sur un sujet de société.

Organisation

Exercice en classe à faire rédiger soigneusement ensuite, ou en devoir à la maison, en groupes par exemple.

Description des activités

Exercice en termes de proportions (3ème – 2nde – 1ère ST2S)

Énoncé élève (niveau 3ème, seconde ou 1ère ST2S)

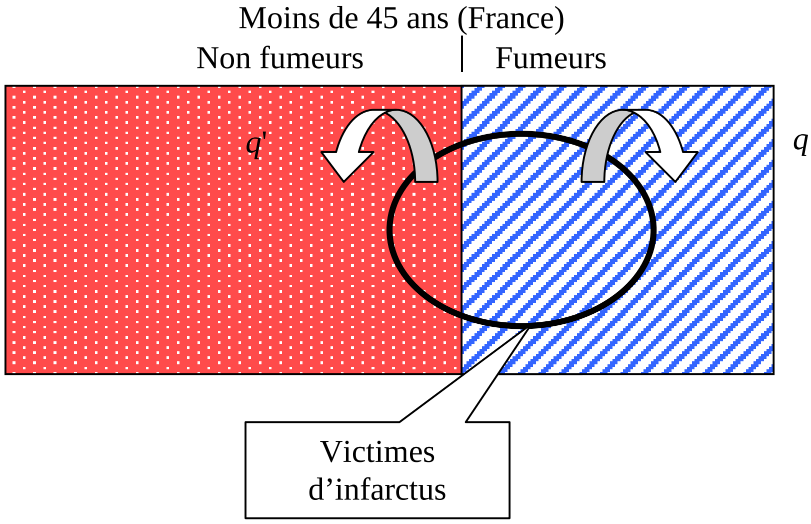
La Fédération française de cardiologie affiche l'information ci-dessous dans une campagne de presse.

1. Parmi les victimes d'infarctus ayant moins de 45 ans, quelle est la proportion de non-fumeurs ?
2. Pourquoi l'information donnée permet-elle de penser que fumer augmente le risque d'infarctus ?
3. On peut estimer qu'en France, parmi les moins de 45 ans, il y a environ 40% de fumeurs (ou d'anciens fumeurs).
a) On note i le nombre de cas d'infarctus observés chez les moins de 45 ans.
Exprimer en fonction de i le nombre d'infarctus parmi les fumeurs.
b) On note n le nombre de personnes de moins de 45 ans.
Montrer que proportion q d'infarctus parmi les fumeurs est $q = \dfrac{0,80 \times i}{0,40 \times n}$.
4. Donner, de même, l'expression de la proportion q' d'infarctus parmi les non-fumeurs.
5. Montrer que $\dfrac{q}{q'} = 6$.

On peut interpréter ce résultat en disant que pour les moins de 45 ans, un fumeur a 6 fois plus de risques d'avoir un infarctus qu'un non-fumeur.

Sources : Fédération française de cardiologie – www.tabac.gouv.fr – INSEE.
Pour la proportion des fumeurs en France, les estimations sont variables : aux alentours de 34% de la population. Le site tabac.gouv.fr affirme, à partir des données de l'INSEE, que la proportion de fumeurs dans la classe d'âge 18-25 ans était de 48% en 2000, 40% en 2003 et est remontée en 2005-2006.

Éléments de réponse (niveau troisième, seconde ou 1ère ST2S)



1. 20%.
2. On sait qu'il y a moins de 80% de fumeurs. On en déduit que les fumeurs sont sur-représentés parmi les cas d'infarctus.
3. $q = \dfrac{0{,}8\times i}{0{,}4\times n}$.
4. $q' = \dfrac{0{,}2\times i}{0{,}6\times n}$.
5. $\dfrac{q}{q'} = \dfrac{0{,}8\times 0{,}6}{0{,}4\times 0{,}2} = 6$.

Commentaires

Même si les outils mathématiques sont relativement élémentaires (proportions et calcul littéral – on peut s'aider d'un dessin), le résultat obtenu n'est pas évident. Sans ces outils, on ne peut comprendre que 80% et 40% conduisent à un risque multiplié par 6.

Les calculs de proportions menés ici ressemblent, dans leur esprit, à ceux réellement menés en épidémiologie (notion d'odds ratio). Même s'il s'agit d'une simplification des modèles utilisés, cet exercice n'en est pas une trahison.

Remarquons que le « risque » d'infarctus lui-même, qui correspondrait à q (pour un fumeur) et à q' (pour un non fumeur), n'a pas été calculé et est sans doute assez faible (on peut penser que la population n est grande par rapport au nombre d'infarctus i). Pour un risque relativement faible, le message « risque multiplié par 6 » est sans doute plus frappant. Par ailleurs si le risque individuel est relativement faible (et cela se discute car il s'agit d'un « risque évitable » que l'on peut ajouter à d'autres comme la trop grande vitesse sur les routes), il n'en est pas de même globalement pour la société (au niveau santé publique).

Exercice en termes de probabilités conditionnelles (terminales STG-ST2S-ES-S)

Énoncé élève (niveau terminale)

La Fédération française de cardiologie affiche l'information ci-dessous dans une campagne de presse.

1. Pourquoi l'information donnée permet-elle de penser que fumer augmente le risque d'infarctus ?

2. On prélève au hasard une personne dans la population des moins de 45 ans.

On note I l'événement « la personne prélevée a été victime d'un infarctus » et $\overline{I}$ l'événement contraire.

On note F l'événement « la personne prélevée est fumeur » et $\overline{F}$ l'événement contraire.

a) Quelle est des deux égalités suivantes, celle qui traduit le fait que « 80% des victimes d'infarctus avant 45 ans sont des fumeurs » $P_F(I) = 0{,}8$ ou $P_I(F) = 0{,}8$?

b) Calculer $P_I(\overline{F})$.

3. On peut estimer qu'en France, parmi les moins de 45 ans, il y a environ 40% de fumeurs. On a donc $P(F) = 0{,}4$.

On s'intéresse à $P_F(I)$ que l'on peut interpréter comme le risque d'infarctus pour un fumeur.

a) Montrer que $P_F(I) = \dfrac{P_I(F) \times P(I)}{P(F)}$.

b) En déduire que $P_F(I) = 2 \times P(I)$.

4. Montrer que $P_{\overline{F}}(I) = \dfrac{1}{3} P(I)$.

5. En déduire que $P_F(I) = 6 \times P_{\overline{F}}(I)$.

Interpréter le résultat obtenu.

Éléments de réponse (niveau terminale)

1. On sait qu'il y a moins de 80% de fumeurs. On en déduit que les fumeurs sont sur-représentés parmi les cas d'infarctus.
2. a) On a $P_I(F) = 0{,}8$.
b) On a $P_I(\overline{F}) = 1 - P_I(F) = 0{,}2$.
3. a) On a $P_F(I) = \dfrac{P(F \cap I)}{P(F)} = \dfrac{P_I(F) \times P(I)}{P(F)}$.
b) On en déduit que $P_F(I) = \dfrac{0{,}8}{0{,}4} \times P(I) = 2 \times P(I)$.
4. De même $P_{\overline{F}}(I) = \dfrac{P_I(\overline{F}) \times P(I)}{P(\overline{F})} = \dfrac{0{,}2}{0{,}6} \times P(I) = \dfrac{1}{3}P(I)$.
5. On peut interpréter ce résultat en disant que pour les moins de 45 ans, un fumeur a 6 fois plus de risques d'avoir un infarctus qu'un non-fumeur.

Commentaires

Si l'on compare à la version « proportions », on constate l'efficacité du calcul des probabilités conditionnelles (même si le formalisme est compliqué) évitant l'introduction d'effectifs inconnus.
Par ailleurs, les notions de risques étudiées ici se comprennent sans doute mieux en termes de probabilités, ce à quoi elles correspondent.